



Tomo 03

Ciencias Naturales

Paper	Título	Autores	Primer Autor	Página
HLG295	Análisis de la Acidez de Brønsted en Líquidos Iónicos base Metilimidazol	M.C. Sandra Irene Martínez Torres Dr. Rafael Martínez Palou Dr. Ulises Páramo García Dra. Nohra Violeta Gallardo Rivas	Martinez Torres	3.1
HLG177	Difracción en Zona de Fresnel de un Doblete Cementado	Est. Marian Cristina Ricardez Torres Est. Cassandra González Martínez Est. Xochitl Rodríguez Oliva Dr. Esteban Andrés Zárate M en C. Quintiliano Angulo Córdoba	Ricárdez Torres	3.6

Análisis de la Acidez de Brönsted en Líquidos Iónicos base Metilimidazol

Sandra Irene Martínez Torres MC.¹, Dr. Rafael Martínez Palou²,
Dr. Ulises Páramo García¹, Dra. Nohra Violeta Gallardo Rivas¹

Resumen— La alquilación es el proceso de refinado donde se aplican catalizadores ácidos para la obtención de hidrocarburos de 8 carbonos, este producto se conoce como gasolina alquilada. Los catalizadores más utilizados son H₂SO₄ y HF; y aunque existen controles de seguridad en su manejo, los riesgos de fugas o contaminación por compuestos fluorados están presentes. Ante esta problemática se han buscado alternativas basadas en ácidos sólidos o líquidos iónicos para minimizar riesgos. Estos compuestos son sales en estado líquido aplicables por sus características de presión de vapor, flamabilidad, toxicidad y conductividad. En este sentido, en el presente trabajo se desarrollaron 5 líquidos iónicos base metilimidazol, preparados por reacciones de adición, y evaluados por FTIR, se analizó la acidez por conductimetría y la acidez Brönsted por UV-Vis. Los valores obtenidos permitirán su uso a las condiciones de alquilación y a mediano plazo generar un proceso más seguro para operadores y medio ambiente.

Palabras clave—metilimidazol, acidez de Brönsted, líquidos iónicos, alquilación.

Introducción

La constante demanda de combustibles de petróleo aumenta y con ello la modernización y mejora en la calidad tanto del proceso de refinación como del producto final. La alquilación es uno de los procesos de refinado más importantes debido a la alta calidad del producto combustible que consiste en hidrocarburos ramificados con ocho átomos de carbono, como los trimetilpentanos. Durante este proceso es necesaria la aplicación de catalizadores ácidos para la obtención de hidrocarburos, principalmente ramificaciones con ocho átomos de carbono. Este producto resultante se conoce como gasolina alquilada, la cual es muy valiosa por sus excelentes propiedades, pues cuenta con un alto porcentaje de octanaje, alto poder calorífico, baja presión Reid (presión de vapor absoluta ejercida por un líquido a 37.8 °C) y bajo contenido de contaminantes.

Los catalizadores más comúnmente usados en la alquilación son el ácido sulfúrico y el ácido fluorhídrico y, aunque existen controles de seguridad en su manejo durante el proceso, los riesgos de fugas de ácido fluorhídrico o que la gasolina de alquilación se contamine por compuestos fluorados altamente tóxicos siempre están latentes. Para la obtención de un producto con la acidez deseada, es importante considerar, además de la acidez Lewis, es necesaria la acidez Brönsted, esto es, valores de entre -8.1 a -12 en la escala de acidez Hammett (H₀) resultan ideales para promover la formación de los TPMs (Olah et al., 1996; Wang et al., 2016).

El grado de acidez de Brönsted se expresa mediante la función de acidez de Hammett (ecuación 1) definida como:

$$H_0 = pK(I) + \log \left(\frac{[I]}{[IH^+]} \right) \quad \text{Ecuación 1}$$

donde pK (I) es la constante de acidez del indicador, y [I] y [IH⁺] son las concentraciones molares de las formas no protonada y protonada del indicador en el solvente, respectivamente.

La teoría de Brönsted-Lowry describe las interacciones ácido-base en términos de transferencia de protones entre especies químicas. Un ácido de Brönsted-Lowry es cualquier especie que puede donar un protón, H⁺, y una base es cualquier especie que puede aceptar un protón. En cuanto a estructura química, esto significa que cualquier ácido de Brönsted-Lowry debe contener un hidrógeno que se puede disociar como H⁺. Para aceptar un protón, una base de Brönsted-Lowry debe tener al menos un par solitario de electrones para formar un nuevo enlace con un

¹ Sandra Irene Martínez Torres M.C. es Estudiante del Programa de Doctorado en Ciencias de la Ingeniería del Tecnológico Nacional de México/I. T. de Ciudad Madero de Cd. Madero, Tamaulipas. D11070490@cdmadero.tecnm.mx

² El Dr. Rafael Martínez Palou es Investigador de la Dirección de Investigación en Transformación de Hidrocarburos/Instituto Mexicano del Petróleo sede CDMX de Ciudad de México rpalou@imp.mx

³ El Dr. Ulises Páramo García es Profesor del Tecnológico Nacional de México / I. T. de Ciudad Madero, Cd. Madero, Tamaulipas. ulises.pg@cdmadero.tecnm.mx

⁴ La Dra. Nohra Violeta Gallardo Rivas es Profesora del Tecnológico Nacional de México / I. T. de Ciudad Madero, Cd. Madero, Tamaulipas. nohra.gr@cdmadero.tecnm.mx (autor corresponsal)

protón.

Ante esta problemática en los últimos años se han buscado alternativas para sustituir la alquilación basada en catalizadores ácidos líquidos por procesos basados en ácidos sólidos o líquidos iónicos para minimizar los riesgos al medio ambiente. Estos compuestos son sales en estado líquido y que actualmente están teniendo una importante aplicabilidad en la catálisis por sus características de presión de vapor extremadamente baja, baja inflamabilidad, alta conductividad y baja toxicidad.

En este sentido, el presente trabajo está enfocado en el análisis, desarrollo y evaluar fisicoquímica de una serie de líquidos iónicos cuya principal cualidad es la acidez Brønsted, derivados de 1-metil-3-carboxiaquilimidazolio, en los que se combinó la estructura para estudiar el efecto de la cadena alquílica localizada en el N2 del anillo imidazolio, además se agregó un líquido iónico más con una modificación catiónica basada en sulfonato, ya que bibliográficamente han manifestado cualidades idóneas para ser considerados potenciales catalizadores ácidos (ventana amplia de temperaturas de reacción, presión de vapor cercano a nulo, alta resistencia térmica, baja toxicidad, entre otros). Con esto se espera que al analizar la acidez de estas moléculas propuestas sea posible su aplicación como catalizadores con alta selectividad a temperatura ambiente, lo que a su vez generaría un proceso operativo más seguro para operadores y cuidando el medio ambiente.

Metodología

Síntesis de líquidos iónicos ácidos

Los líquidos iónicos sintetizados se utilizaron como cationes metilimidazol, los cuáles fueron preparados a partir de las etapas de formación de catión (acidificación). En el cuadro 1 se muestra la nomenclatura de los 5 compuestos sintetizados.

Clave	Nomenclatura
[4CBMIM]Br	Bromuro de 1-metil-3-(4-carboxibutil) imidazolio
[1CBMIM]Br	Bromuro de 1-metil-3-(1-carboxibutil) imidazolio
[5CPMIM]Br	Bromuro de 1-metil-3-(5-carboxipentil) imidazolio
[7CHMIM]Br	Bromuro de 1-metil-3-(7-carboxiheptil) imidazolio
[2P/TSMIN]Cl	Cloruro de 1-metil-3-(2-p-toluensulfonato) etil imidazolio

Cuadro 1. Nomenclatura de los líquidos iónicos ácidos sintetizados.

Para la síntesis de los líquidos iónicos ácidos se seleccionó un compuesto de naturaleza nitrogenada, el metilimidazol y para la formación catiónica, se llevaron a cabo reacciones de adición con ácidos bromoalquílicos de tipo acético de cadenas hidrocarbonadas de diferente tamaño (5, 6 y 8 carbonos) se llevó a cabo durante 48 h., utilizando agua como medio de reacción, reflujo, una temperatura de 80°C y agitación constante, como se muestra en la figura 1.

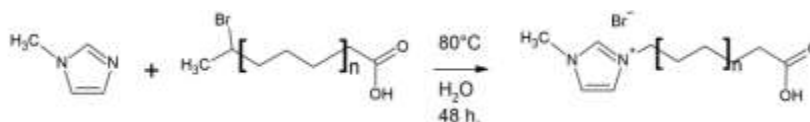


Figura 1. Esquema general de la síntesis de líquidos iónicos ácidos.

Espectroscopia de infrarrojo con transformada de Fourier (FTIR)

La caracterización química para determinar los grupos funcionales que conforman las moléculas sintetizadas se desarrolló mediante un espectrofotómetro de FTIR marca Perkin Elmer, modelo Spectrum 100, colocando una gota de muestra sobre la placa circular del ATR (Reflectancia Total Atenuada) con 12 barridos, en un intervalo de número de onda de 4000 a 600 cm^{-1} .

Determinación de la acidez

Las titulaciones volumétricas se realizaron con una bureta de 25 mL de resolución 0,05 mL. Para las titulaciones gravimétricas se empleó una balanza analítica. Para la detección del punto de equivalencia de la titulación se empleó un potenciómetro/conductímetro Metrohm 913, con una celda de conductividad Metrohm C = 0,10 cm^{-1} y un electrodo medidor de pH Metrohm. El agente titulante de prueba fue hidróxido de sodio (NaOH) se preparó gravimétricamente a una concentración de 0,05 M. La detección del punto de equivalencia se realizó mediante el empleo de un indicador acido-base (fenolftaleína), así como seguimiento potenciométrico y

conductimétrico de manera simultánea. Se considera el primer acercamiento a la determinación de la acidez, sin embargo, se plantea el cambio de colorante como perspectiva derivado del intervalo de cambio de color de la fenolftaleína.

Determinación de acidez de Brönsted

Para encontrar el grado de acidez de los nuevos líquidos iónicos se siguió la metodología descrita por varios autores (Chang et al., 2018; Sardar et al., 2018) a través de espectroscopia UV-Vis empleando el espectrofotómetro Uv-Vis GBC. Modelo Cintral 303. Por este método se mide la longitud de onda discretas de luz UV o visible que son absorbidas a través de una muestra en comparación con una muestra de referencia, en este caso, se ocupó indicador cristal violeta ($pK_a = 0.8$). Tanto el indicador como los líquidos iónicos se disolvieron en agua en concentraciones de 0.4 mM y 0.1 M, respectivamente.

Resultados

Moléculas sintetizadas

En el cuadro 2 se muestran las estructuras de los líquidos iónicos sintetizados. Se sintetizaron 5 diferentes compuestos, utilizando como catión 1-metilimidazol y para la formación catiónica, se llevaron a cabo reacciones de adición con ácidos cloro y bromo alquílicos de tipo carboxílico de cadenas hidrocarbonadas de diferente tamaño (5, 6 y 8 carbonos), respectivamente. Esta variación provocó cambios fisicoquímicos como densidad, viscosidad, estado físico, en este trabajo solo se presentan las caracterizaciones generales suficientes para ratificar su estructura.

Líquido iónico ácido	Estructura	Líquido iónico ácido	Estructura
[4CBMIM]Br (a)		[7CHMIM]Br (d)	
[1CBMIM]Br (b)		[2P/TSMIN]Cl (e)	
[5CPMIM]Br (c)			

Cuadro 2. Nomenclatura y estructuras de los líquidos iónicos ácidos sintetizados.

Espectroscopia de infrarrojo con transformada de Fourier (FTIR)

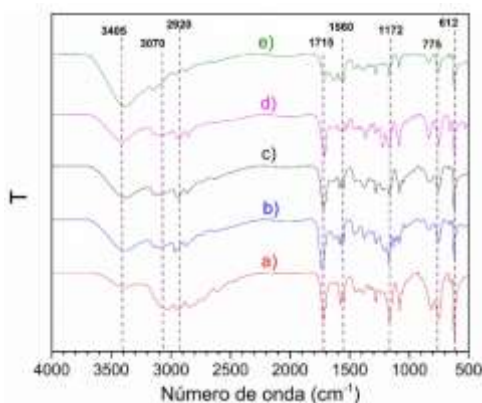


Figura 3. Espectros de FTIR de los líquidos iónicos ácidos sintetizados.

Se realizaron las pruebas de FTIR para la corroboración de moléculas sintetizadas. En la figura 3 se presentan los espectros de FTIR de los líquidos iónicos sintetizados con base imidazol, las señales características en

3405 y 1560 cm^{-1} asignada a estiramientos N-H propias del imidazol, 3070 y 1715 cm^{-1} de estiramiento de los ácidos carboxílicos, en 2930 y 2860 cm^{-1} estiramientos simétricas y asimétricos de CH₂ y CH₃, bandas entre 1659 y 1487 cm^{-1} relacionadas con estiramientos C=C aromáticos indicando la presencia de un anillo bencénico (figura 3e), estiramientos C=N a 1560 cm^{-1} y en 612 cm^{-1} se observa la presencia de halógeno bromo y cloro (Kumar et. al, 2017, Lazaro et. al, 2008).

Determinación de la acidez.

Los resultados obtenidos en la determinación de la acidez por ambos metodos de los líquidos iónicos se muestran en el cuadro 3. Se puede apreciar que la determinación de la acidez por el método potenciométrico arroja ligeras diferencias con respecto a la titulación volumétrica, esto se debe a que el método visual requiere de un pequeño exceso de titulante para provocar cambios, lo que provoca en algunas ocasiones dudas sobre si ya se alcanzó el punto final y para cerciorarse se adiciona más reactivo. En cambio, con el método potenciométrico el punto final se determina gráficamente (Mansilla, 2014; Sotomayor et al., 2019).

Compuesto base o líquido iónico	Método Volumétrico	Método Potenciométrico
[4CBMIM]Br	4.31	4.37
[1CBMIM]Br	1.78	1.72
[5CPMIM]Br	4.35	4.15
[7CHMIM]Br	6.33	6.63
[2P/TSMIN]Cl	6.50	6.78

Cuadro 3. Acidez de compuestos analizados.

En lo general el pH y la acidez están relacionados porque el pH es una medida de la concentración de iones hidrógeno en la solución y, aunque no lineal, existe una relación proporcional entre la concentración de ácidos y el pH que se ve influenciada por el tipo de ácido, es decir, por la naturaleza química de las moléculas ácidas presentes en la solución, especialmente por su concentración y su pKa (Alarcón et al., 2018; Mansilla, 2014). Se observa una tendencia bien definida de la disminución del valor de la acidez [1CBMIM]Br > [5CPMIM]Br > [7CHMIM]Br en función del incremento de la cadena alquílica del líquido iónico butil > propil > heptil, del mismo modo el acomodo estructural de moléculas similares (mismo número de carbonos) también tiene un efecto, disminuyendo el valor de la acidez para moléculas con mayor impedimento estérico [1CBMIM]Br > [4CBMIM]Br. Se establece entonces que ambos métodos son validos y ofrecen resultados reproducibles y confiables de determinación de acidez de líquidos iónicos.

Determinación de acidez de Brönsted

Los valores de absorbancia máxima obtenidos para los líquidos iónicos sintetizados se presentan en el cuadro 4, donde además se presentan las concentraciones [I] y [IH⁺] de los componentes proporcionales ajustados al colorante de este estudio (Cristal Violeta, pKa 0.84), además del valor de acidez de Hammett. En el cuadro 4 es posible observar las tendencias generales por efecto del tamaño de la cadena alquílica asociada al catión imidazol, se presenta el incremento del valor de la absorbancia máxima con el tamaño de la molécula, [7CHMIM]Br > [5CPMIM]Br > [1CBMIM]Br, esto a su vez es proporcional al valor de la acidez de Hammett; recordemos que entre más pequeño el valor de [H₀] mas acido es el compuesto analizado, de tal modo que la molécula [1CBMIM]Br es la más acida con un valor de [H₀] = 1.51.

Compuesto base o líquido iónico	Absorbancia máxima	[I] %	[IH ⁺] %	[H ₀]
Cristal Violeta	1.818	100	0	---
[4CBMIM]Br	1.505	82.78	17.22	1.52
[1CBMIM]Br	1.497	82.34	17.66	1.51
[5CPMIM]Br	1.575	86.63	13.37	1.65
[7CHMIM]Br	1.695	93.23	6.77	1.98
[2P/TSMIN]Cl	1.705	93.78	6.22	2.01

Cuadro 4. Resultados de la acidez de Brönsted de los líquidos iónicos sintetizados.

Para el caso del efecto estérico en la acidez, encontramos que una molécula con mayor impedimento tiene un incremento en el valor de la absorbancia máxima, lo que se traduce en un valor mayor de acidez de Hammett. Esta disminución de la fuerza acida de las moléculas con ácido carboxílico en su constitución está influenciado por los efectos inductivos y estéricos (Liu et al., 2006).

Conclusiones

Los resultados demuestran la posibilidad de sintetizar moléculas iónicas con características ácidas. Se realizó la síntesis de 5 líquidos iónicos (LI). Se validó la existencia de la molécula sintetizada por FTIR. Se determinó la acidez potenciométrica, el pH por titulación y la acidez disociativa por el método de Hammett encontrando efecto del tamaño de la cadena alquílica sustituida en el catión, a mayor tamaño menor acidez, también efecto por tamaño estérico, la acidez disminuye con el incremento del tamaño, y efecto del tipo de catión. Todos los cambios observados permite plantear la aplicación de los productos sintetizados.

Agradecimientos

La M.C. Sandra Irene Martínez Torres agradece al CONAHCYT por la beca otorgada CVU: 966461, para estudios de posgrado. Los autores agradecen al Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías (CONAHCyT) por el apoyo al proyecto de Ciencia de Fronteras clave CF-191973.

Referencias

- Alarcón, A., Barreiro, P., Boicet, T., Ramos, M. Morales, J. A. "Influencia de ácidos húmicos en indicadores bioquímicos y físico-químicos de la calidad del tomate" Revista Cubana de Química, Vol. 30(2), pag. 243-255, 2018.
- Chang, J.C., Yang, C.H., Sun, I.W., Ho, W.Y., Wu, T.Y. "Synthesis and Properties of Magnetic Aryl-Imidazolium Ionic Liquids with Dual Brønsted/Lewis Acidity" Materials, Vol. 11(12), pag. 2539, 2018.
- Kumar-Banjare M., Kurrey R., Sinha S., Satnami M., Ghosh K., "A comparative study on the effect of imidazolium-based ionic liquid on self-aggregation of cationic, anionic and nonionic surfactants studied by surface tension, conductivity, fluorescence and FTIR spectroscopy" Journal of Molecular Liquids, Vol. 241, pag. 622-632, 2017.
- Lazaro-Martínez J.M., Leal Denis M. F., Campo Dall'Orto V., Buldain G. Y., "Synthesis, FTIR, solid-state NMR and SEM studies of novel polyampholytes or polyelectrolytes obtained from EGDE, MAA and imidazoles" European Polymer Journal, Vol. 44, pag. 392-407, 2008.
- Liu, Y., Lotero, E., Goodwin, J. "Effect of carbon chain length on esterification of carboxylic acids with methanol using acid catalysis" Journal of Catalysis, Vol. 243(2), pag. 221-228, 2006.
- Mansilla, G. "Potencial de hidrogeniones pH. Revista de Actualización Clínica Investiga, Vol. 40, pag. 2076-2082, 2014.
- Olah, G. A., Batamack, P., Deffieux, D., Török, B., Wang, Q., Molnár, Á., Surya Prakash, G. K. "Acidity dependence of the trifluoromethanesulfonic acid catalyzed isobutane-isobutylene alkylation modified with trifluoroacetic acid or water" Applied Catalysis A: General, Vol. 146(1), pag. 107-117, 1996.
- Sardar, S., Wilfred, C. D., Mumtaz, A., Leveque, J.-M., Khan, A. S., Krishnan, S. "Physicochemical properties, Brønsted acidity and ecotoxicity of imidazolium-based organic salts: Non-toxic variants of protic ionic liquids" Journal of Molecular Liquids, Vol. 269, pag. 178-186, 2018.
- Sotomayor, A., Pitizaca, S., Sánchez, M., Burbano, A., Díaz, A., Nicolalde, J., Viera, W., Caicedo, C. Vargas, Y. "Evaluación físico química de fruta de pitahaya (Selenicereus megalanthus) en diferentes estados de desarrollo". Enfoque UTE, Vol. 10(1), pag. 89-96, 2019.
- Wang, A., Zhao, G., Liu, F., Ullah, L., Zhang, S., Zheng, A. "Anionic Clusters Enhanced Catalytic Performance of Protic Acid Ionic Liquids for Isobutane Alkylation" Industrial & Engineering Chemistry Research, Vol. 55(30), pag. 8271-8280, 2016.

Notas Biográficas

La **Ing. Sandra Irene Martínez Torres** es estudiante del Programa de Doctorado en Ciencias de la Ingeniería del Instituto Tecnológico de Cd Madero. Estudiante colaborador del proyecto "Diseño de novedosos catalizadores base líquidos iónicos para la reacción de alquilación isobutano/buteno" (Proyecto CONACYT CF-191973).

El **Dr. Rafael Martínez Palou** es investigador y profesor del posgrado de la Dirección de Investigación en Transformación de Hidrocarburos del Instituto Mexicano del Petróleo desde 2002. Actualmente es Responsable Técnico del Proyecto "Diseño de novedosos catalizadores base líquidos iónicos para la reacción de alquilación isobutano/buteno" (Proyecto CONACYT CF-191973 y Proyecto IMP Y.62011

El **Dr. Ulises Páramo García** es Profesor del Tecnológico Nacional de México/I.T. de Ciudad Madero, Cd. Madero, Tamaulipas. Sus líneas de investigación son Electroquímica, Polímeros Conductores y Nanotecnología. Colaborador del proyecto "Diseño de novedosos catalizadores base líquidos iónicos para la reacción de alquilación isobutano/buteno" (Proyecto CONACYT CF-191973).

La **Dra. Nohra Violeta Gallardo Rivas** es profesora del Tecnológico Nacional de México/I.T. de Ciudad Madero, Cd. Madero, Tamaulipas sus líneas de investigación son las áreas de fisicoquímica de materiales, procesos petroquímicos y moléculas iónicas. Ha sido responsable técnico de diversos proyectos financiados y es colaborador del proyecto "Diseño de novedosos catalizadores base líquidos iónicos para la reacción de alquilación isobutano/buteno" (Proyecto CONACYT CF-191973).

Difracción en Zona de Fresnel de un Doblete Cementado

Est. Marian Cristina Ricardez Torres¹, Est. Cassandra González Martínez²,
Est.. Xochitl Rodríguez Oliva³, Dr. Esteban Andrés Zárate⁴ y M en C. Quintiliano Angulo Córdoba⁵

Resumen— El objetivo de este trabajo fue determinar el modelo matemático de difracción de frecuencias espaciales máximas, a partir del método de propagación del espectro angular. Como resultado se obtuvo el modelo matemático de convolución de transformadas de Fourier; para la región de Fresnel convergente y para la región de Fresnel divergente, de un doblete cementado usado como lente transformadora. Se muestran resultados experimentales.

Palabras clave—Difracción, convolución, convergente, divergente, frecuencias espaciales máximas.

Introducción

Cortés *et al* (2013) define a la difracción como la dispersión y curvado de las ondas de luz cuando estas interactúan con objetos opacos o transparentes, por ejemplo, una abertura. El fenómeno de difracción se produce de forma relevante cuando las ondas de luz monocromática iluminan a objetos transparentes estrechos o de pequeñas dimensiones lineales; si aumenta el tamaño del objeto u abertura, los efectos de difracción llegan a disminuir. Zárate (2011) determinó que la difracción producida por un objeto transparente y propagada por un doblete cementado o lente transformadora se clasifica en de Fraunhofer y de Fresnel, pero este trabajo sólo se centrará en la difracción de Fresnel o de convolución en la región convergente y divergente del doblete cementado y estas se obtienen cuando el objeto difractor se coloca en el plano objeto y es iluminado con ondas planas y a una distancia finita de la lente transformadora. La región de Fresnel convergente se sitúa a la distancia z comprendida dentro del intervalo $0 < z < f_{LD}$; mientras que la región de Fresnel divergente del doblete cementado se sitúa a la distancia z dentro del intervalo $f_{LD} < z < \infty$, en ambas zonas de Fresnel se sitúa el plano de distribución en el que se graba el patrón de difracción en distribución de intensidad. Para localizar las regiones de Fresnel, se hace uso del método de propagación del espectro angular de acuerdo con Carbajal y Niconoff (2003). En los artículos de Comastri *et al* (2007) y Cortés *et al* (2013), se hace mención que las frecuencias espaciales indican que todo objeto puede constituir mediante la superposición de armónicas de diferentes periodos y la frecuencia espaciales paraxial o máxima.

Metodología

Procedimiento

Haciendo uso del método de propagación del espectro angular para producir el modelo matemático de difracción. Si se considera ya sea una abertura o un objeto difractor como una lámina de aluminio (o de cualquier otro tipo de material) con espesor casi despreciable, así como se observa en la Figura 1.

¹ Marian Cristina Ricardez Torres. Estudiante de la licenciatura en Física. División Académica de Ciencias Básicas. Universidad Juárez Autónoma de Tabasco. 192A12017@alumno.ujat.mx (Autor correspondiente)

² Cassandra González Martínez. Estudiante de la licenciatura en Física. División Académica de Ciencias Básicas. Universidad Juárez Autónoma de Tabasco. 192A12024@alumno.ujat.mx

³ Xochitl Rodríguez Oliva. Estudiante de la licenciatura en Física. División Académica de Ciencias Básicas. Universidad Juárez Autónoma de Tabasco. 202A12019@alumno.ujat.mx

⁴ Esteban Andrés Zárate. Profesor-investigador. División Académica de Ciencias Básicas. Universidad Juárez Autónoma de Tabasco, área de Física. esteban.zarate@ujat.mx

⁵ Quintiliano Angulo Córdoba. Profesor-investigador. División Académica de Ciencias Básicas. Universidad Juárez Autónoma de Tabasco, área de Física. quintiliano.angulo@ujat.mx

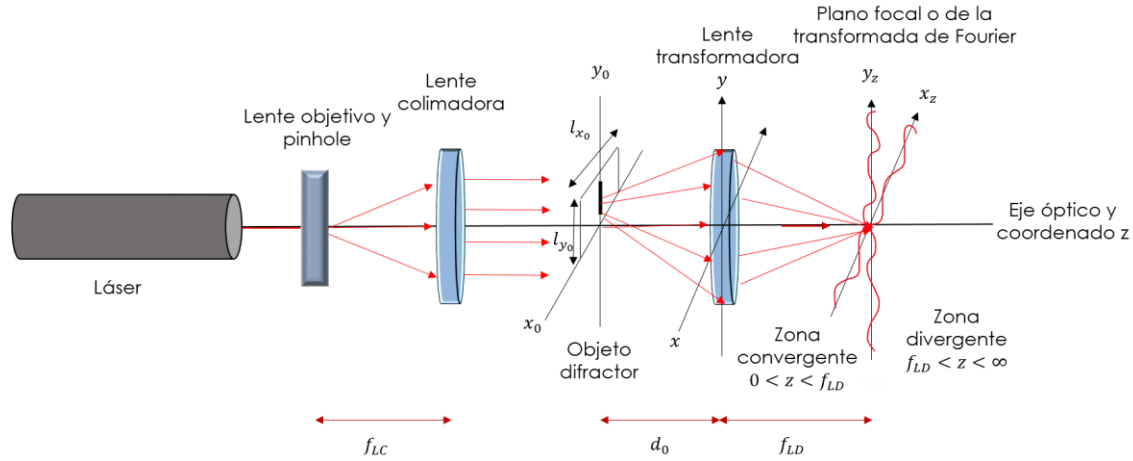


Figura 1. Arreglo óptico de la zona de Fresnel.

Se define a la distribución de amplitud del campo difractado justo después del objeto, como:

$$E_1(x_0, y_0) = E_0 t_0(x_0, y_0). \quad (1)$$

Al propagar el campo difractado desde el plano x_0y_0 hasta el plano xy , a la entrada del doblete cementado, Zárate y Cornejo (2011), tomaron en cuenta la aceptación de una frecuencia espacial de valor máximo, lo que produce la sección eficaz finita de la lente esférica doblete cementado, reescrita como:

$$E_{d0}(x, y) = \frac{E_0 e^{ikd_0}}{i\lambda d_0} e^{\frac{ik}{2d_0}(x^2+y^2)} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t_0(x_0, y_0) e^{\frac{ik}{2d_0}(x_0^2+y_0^2)} e^{-i2\pi(u_{max}x_0+v_{max}y_0)} dx_0 dy_0. \quad (2)$$

Estos mismos autores propusieron que $(x + x_2) \ll d_0$ y $(y + y_2) \ll d_0$, las frecuencias espaciales máximas se escriben en términos de las frecuencias paraxiales y no paraxiales espaciales, por lo tanto:

$$u_{max} = \frac{x}{\lambda d_0} + \frac{x_2}{\lambda d_0}; \quad (3)$$

$$v_{max} = \frac{y}{\lambda d_0} + \frac{y_2}{\lambda d_0}. \quad (4)$$

Los valores de frecuencias máximas obtenidos son $u_{max} = 131.40 \text{ lin/mm}$ y $v_{max} = 131.40 \text{ lin/mm}$ para una lente esférica con radio de pupila $a = 25 \text{ mm}$, de distancia focal $f_{LT} = 300 \text{ mm}$ y luz de láser de Helio-Neón ($\lambda = 632 \text{ nm}$). Zárate (2011), estableció que la distribución de amplitud del campo propagado por el doblete cementado, distribuido justo después de la lente en el plano xy , es $E_l(x, y) = E_{d0}(x, y) t_l(x, y)$. Ahora, bajo las condiciones de que la función $\text{circ} \left[\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{a} \right] = 1$ asociada a la forma geométrica de la lente, y que además no posee aberraciones, entonces la función de aberración es $W(x, y) = 0$, la función de transmitancia que se le asocia al doblete cementado es:

$$t_l(x, y) = e^{ik[n_{aire}d_0+n_{L1}\Delta_0L1+n_{02}\Delta_0L2]} e^{ik(x^2+y^2)\left(-\frac{1}{2f_{LD}}\right)}. \quad (5)$$

Luego la distribución de amplitud del campo después del doblete cementado será:

$$E_l(x, y) = E_{d0}(x, y) e^{ik[n_{aire}d_0+n_{L1}\Delta_0L1+n_{02}\Delta_0L2]} e^{ik(x^2+y^2)\left(-\frac{1}{2f_{LD}}\right)}. \quad (6)$$

El campo propagado del plano xy hasta el plano x_zyz en el que se distribuye definitivamente se determina con la expresión:

$$E_z(x_z, y_z) = \frac{E_0 e^{ik[d_0+z+n_{L1}\Delta_{L1}+n_{L2}\Delta_{L2}]} e^{\frac{ik}{2z}(x_z^2+y_z^2)}}{-\lambda^2 z d_0} \bullet$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t_0(x_0, y_0) e^{\frac{ik}{2d_0}(x_0^2+y_0^2)} e^{-i2\pi\left(\frac{x_2}{\lambda d_0}x_0+\frac{y_2}{\lambda d_0}y_0\right)} dx_0 dy_0 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{ik}{2}(x^2+y^2)\left(\frac{1}{d_0}+\frac{1}{z}-\frac{1}{f}\right)} e^{-i2\pi\left[\left(\frac{x_0}{\lambda d_0}+\frac{x_z}{\lambda z}\right)x+\left(\frac{y_0}{\lambda d_0}+\frac{y_z}{\lambda z}\right)y\right]} dx dy. \quad (7)$$

Integrando respecto a x e y el último factor integral de (7), y considerando:

$$u_2 = \frac{x_0}{\lambda d_0} + \frac{x_z}{\lambda z}; v_2 = \frac{y_0}{\lambda d_0} + \frac{y_z}{\lambda z}; d_0 = f_{LD}; \quad (8)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2 - \beta x} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} e^{\frac{\beta^2}{4\alpha}}. \quad (9)$$

Por lo que se genera:

$$U_z = \frac{E_0 e^{ik[f_{LD}+z+n_{L1}\Delta_{L1}+n_{L2}\Delta_{L2}]} e^{\frac{ik}{2z}(x_z^2+y_z^2)}}{if_{LD}} \left[\mathfrak{F}\{t_0(x_0, y_0)\} \otimes \mathfrak{F}\left\{e^{\frac{ik}{2f_{LD}}(x_0^2+y_0^2)\left(1-\frac{z}{f_{LD}}\right)}\right\}_{u_{max}^+, v_{max}^+} \right]. \quad (10)$$

Utilizando la función $rect\left(\frac{x_0}{a}, \frac{y_0}{b}\right)$ de espesor l_{z_0} , de base l_{x_0} y de altura l_{y_0} para describir las aberturas de geometría rectangular se obtiene la función de transmitancia:

$$t_0(x_0, y_0) = l_z \left[(l_{y_0}) rect\left(\frac{x_0}{l_{x_0}}\right) \right] \left[(l_{x_0}) rect\left(\frac{y_0}{l_{y_0}}\right) \right]. \quad (11)$$

De acuerdo con Zárate (2011) la ecuación del espectro de difracción de convolución de transformadas en la zona divergente de la lente transformadora situada en el intervalo $f_{LD} < z < \infty$ es:

$$Q_z(u_{max}^+, v_{max}^+) = (1) \left[iE_0 e^{ik(f_{LD}+z+n_{L1}\Delta_{L1}+n_{L2}\Delta_{L2})} e^{\frac{ik}{2z}(x_z^2+y_z^2)} \right] \cdot \left[4l_{x_0} l_{y_0} \left(\frac{l_z}{\lambda f_{LD}}\right) \text{sinc}(l_{x_0} u_{max}^+, l_{y_0} v_{max}^+) \right]. \quad (12)$$

Para la zona convergente en el intervalo $0 < z < f_{LD}$ se obtiene por:

$$Q_z(u_{max}^+, v_{max}^+) = \left[\frac{E_0 e^{ik(f_{LD}+z+n_{L1}\Delta_{L1}+n_{L2}\Delta_{L2})} e^{\frac{ik}{2z}(x_z^2+y_z^2)}}{i} \right] \cdot \left[4l_{x_0} l_{y_0} \left(\frac{l_z}{\lambda f_{LD}}\right) \text{sinc}(l_{x_0} u_{max}^+, l_{y_0} v_{max}^+) \right]. \quad (13)$$

Donde:

$$u_{max}^+ = \left(\frac{x_2}{\lambda f_{LD}} + \frac{x_z}{\lambda z}\right); \quad (14)$$

$$v_{max}^+ = \left(\frac{y_2}{\lambda f_{LD}} + \frac{y_z}{\lambda z}\right). \quad (15)$$

La intensidad con la que se propaga el campo eléctrico es desde el plano objeto x_0, y_0 hasta el plano de frecuencias espaciales máximas u_{max}^+, v_{max}^+ es:

$$I_z(u_{max}^+, v_{max}^+) = |Q_z(u_{max}^+, v_{max}^+)|^2 = \left(\frac{l_z l_{x_0} l_{y_0} E_0}{\lambda f_{LD}}\right)^2 \text{sinc}^2(l_{x_0} u_{max}^+ + l_{y_0} v_{max}^+). \quad (16)$$

Resultados y Análisis

Se implementó el arreglo óptico experimental que se ilustra en la Figura 3, que se describe de la forma siguiente: el haz de luz de láser de He-Ne ($\lambda = 632\text{nm}$) proveniente de la cavidad (1), es ampliado y filtrado de ruido óptico en (2) con un lente objetivo de microscopio 40x y un pinhole de $50\mu\text{m}$ de diámetro. Después el haz se propaga e incide sobre la lente colimadora (3), el cual es un doblete cementado de 25 cm de distancia focal, produciéndose aquí frentes de ondas planas, con una amplitud constante; mismos que iluminan al objeto difractor (4). Las ondas de luz difractadas por el objeto se propagan hasta incidir sobre la lente transformadora (5), también un doblete cementado de distancia focal de 30 cm; misma que propaga el campo de ondas difractado hasta el plano de distribución (6) en el cual se fotografía el patrón de difracción.

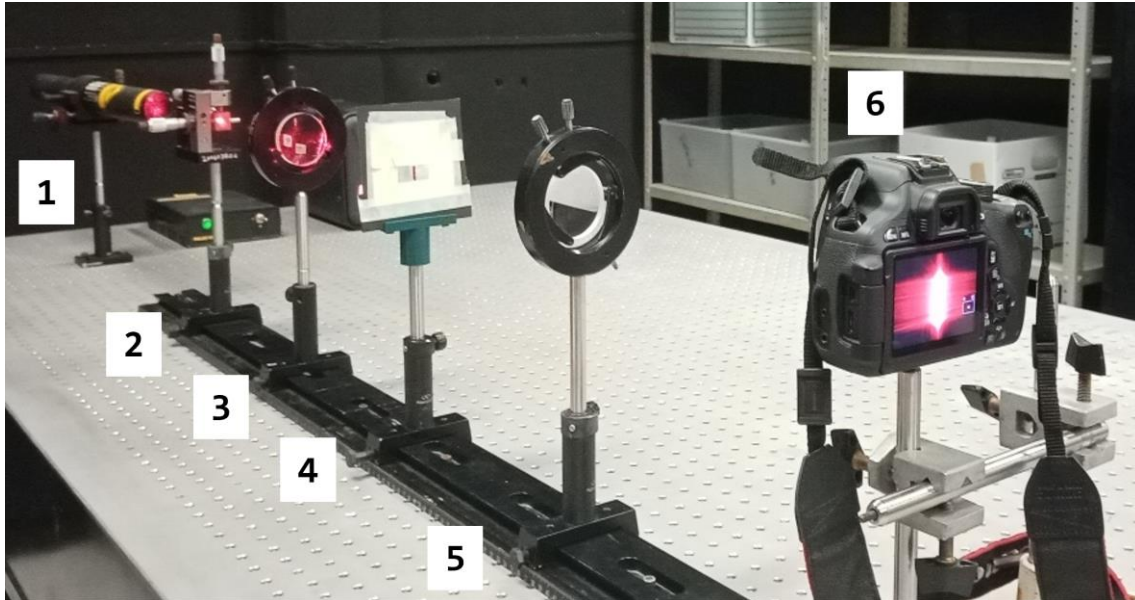


Figura 2. Arreglo óptico experimental: 1) Láser He-Ne, 2) filtro espacial, 3) lente colimadora, 4) objeto difractor, 5) lente transformadora, 6) plano de distribución del campo difractado.

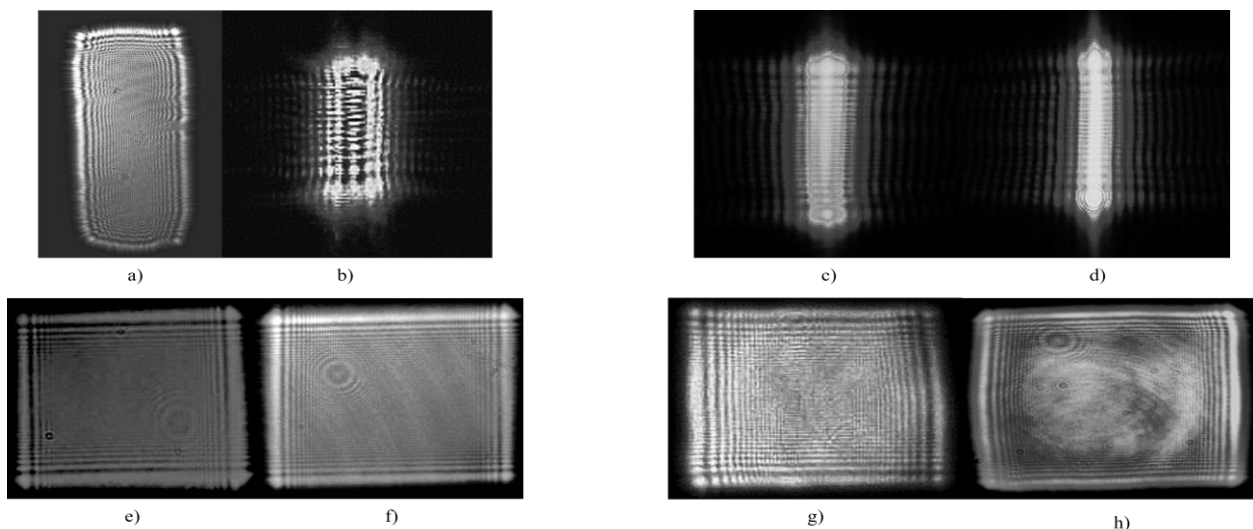


Figura 3. Patrones de difracción obtenidos por las distintas aberturas rectangulares en la zona de Fresnel convergente y divergente respectivamente.

Análisis

Para comprobar los modelos matemáticos de intensidad, se hizo uso del método experimental; los patrones de difracción en distribución de intensidad fueron grabados con el método fotográfico con cámara digital de 18 megapíxeles. La información que se obtuvo de forma experimental fue a base de imágenes de la distribución de intensidad de cada patrón de difracción, para lo cual se usaron cuatro objetos difractores de geometría rectangular. En la figura 4, a) y b) fueron producidas por una rendija con dimensiones lineales $l_x = 0.6 \text{ cm}$, $l_y = 1.3 \text{ cm}$ y $l_z = 0.1 \text{ cm}$ cual fue fabricada a mano en plástico. En la figura 4a) se muestra el patrón de difracción en la zona divergente a una distancia $f_{LD} = 53.3 \text{ cm}$ del doblete cementado, con un tiempo de exposición de $1/1000\text{s}$; la figura 4b) es el patrón de difracción ubicado en la zona convergente a una distancia $f_{LD} = 27.0 \text{ cm}$ del doblete cementado, con un tiempo de exposición de $1/2000\text{s}$.

Las figuras 4c) y 4d) fueron originadas por una rendija con dimensiones lineales $l_x = 0.3 \text{ cm}$, $l_y = 1.3 \text{ cm}$ y $l_z = 0.005 \text{ cm}$, fabricada artesanalmente en una lámina de aluminio y capturadas a un tiempo de exposición de $1/4000\text{s}$. En la figura 4c) se presenta el patrón de difracción ubicado en la zona divergente a una distancia $f_{LD} = 36.0 \text{ cm}$ de la lente transformadora; la figura 4d) identifica el patrón de difracción en la zona convergente a una distancia $f_{LD} = 27.0 \text{ cm}$ de la lente transformadora.

Los patrones de la figura 4e) y 4f) fueron realizados por una tercera rendija artesanalmente fabricada en plástico con dimensiones lineales $l_x = 2.1 \text{ cm}$, $l_y = 1.3 \text{ cm}$ y $l_z = 0.2 \text{ cm}$ y con un tiempo de exposición de $1/4000\text{s}$. En la figura 4e) se presenta el patrón de difracción en la zona divergente a una distancia $f_{LD} = 31.0 \text{ cm}$ de la lente transformadora, por otro lado, en la figura 4f), se muestra el patrón de difracción en la zona convergente a una distancia $f_{LD} = 24.0 \text{ cm}$ de la lente transformadora.

Las figuras 4g) y 4h), fueron originadas por una rendija realizada de forma artesanal por una lámina de aluminio con las dimensiones lineales $l_x = 3.3 \text{ cm}$, $l_y = 3.0 \text{ cm}$ y $l_z = 0.005 \text{ cm}$ y con un tiempo de exposición de $1/4000\text{s}$. La figura 4g) está localizada en la zona divergente a una distancia $f_{LD} = 32.0 \text{ cm}$ del doblete cementado, mientras que para la figura 4h) está en la zona convergente a una distancia $f_{LD} = 27.0 \text{ cm}$ del doblete cementado.

Conclusiones

El fenómeno de difracción producido con un doblete cementado en zona de Fresnel puede describirse mediante un modelo matemático de convolución de transformadas de Fourier en frecuencias espaciales máximas (ver ecuaciones 10, 11 y 14), además se determinó que el patrón de difracción puede emplearse como un método para evaluar la deformación en los bordes de los objetos mediante un análisis de las franjas grabadas, e igualmente puede realizarse una aproximación de las dimensiones del objeto difractor mediante un estudio de la nitidez en el patrón en distribución de intensidad.

Referencias

- [1] E. Zárate, A. Cornejo. (2011). "La abertura de una lente, su efecto en el espectro de difracción convolutivo, frecuencia espacial y viñetado", *Revista Mexicana de Física*, Vol. 57, No 6, pág. 491-498.
- [2] J. Cortes, J. Chaves y J. Mendoza. (2013). "Estudio de la difracción de Fraunhofer de una ranura simple mediante tratamiento digital de imágenes". *Revista Scientia et Technica*, Vol.18, No 1, pág. 293-302.
- [3] E. Zárate. (2011). "Estudio de Patrones de Difracción, en la Evaluación de Aberturas". Instituto Nacional de Astrofísica Óptica y Electrónica.
- [4] A. Carbajal y G. Niconoff. (2003). "Una generalización del modelo del espectro angular usando modos de propagación". *Revistas Óptica pura y aplicada*, Vol. 26, No 1, pág. 99-102.
- [5] S.Comastri, J. Simon, G. Martin, E. Colombo, L. Issolio, J. Santillan, y R. Aguirre. (2007). Definición y uso de frecuencias espaciales en óptica de Fourier y en óptica Fisiológica. *Revista Óptica pura y aplicada*, Vol. 40, No 1, pág. 119-128.